奇妙化簡

文／游森棚

阿冠正在學數學式子的運算與化簡。老師出了三題挑戰題，並說做完就會發現答案很有趣。

題目是這樣的：

1. 化簡 $\frac{a}{(a-b)} + \frac{b}{(b-a)}$
2. 化簡 $\frac{a^2}{(a-b)} + \frac{b^2}{(b-a)}$
3. 化簡 $\frac{a^3}{(a-b)} + \frac{b^3}{(b-a)}$

請問聰明的讀者

1. 請協助阿冠一起解答老師的問題。
2. 你能化簡 $\frac{a^4}{(a-b)} + \frac{b^4}{(b-a)}$
3. 如果 r 是更大的正整數，要怎麼算出 $\frac{a^r}{(a-b)} + \frac{b^r}{(b-a)}$ 的答案？
4. 化簡 $\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$ 你有什麼發現和猜測？

   你能說明嗎？

游森棚

國立臺灣師範大學數學系教授