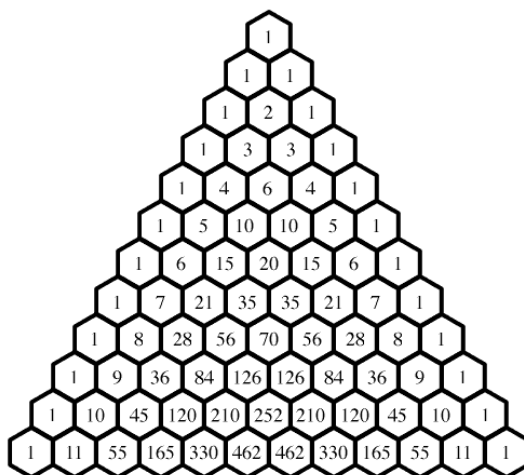


## 蜂窩六邊形

文／游森棚

如下為大家熟知的巴斯卡三角形：(同學如果不清楚，可以詢問老師)



巴斯卡三角形有一個奇妙的性質：隨便挑一個數，然後看包圍住它的六個數，順時針記為  $A, B, C, D, E, F$ 。那麼一定有

$$A \times C \times E = B \times D \times F$$

例如包住 21 的六個數是 6, 15, 35, 56, 28, 7，而且  $6 \times 35 \times 28 = 15 \times 56 \times 7$ 。

高中數學可以學到，巴斯卡三角形由上到下第  $n$  列 ( $n$  從 0 開始) 的左邊數來第  $k$  的數

( $k$  從 0 開始) 值是  $\frac{n!}{k!(n-k)!}$  (其中  $k! = 1 \times 2 \times \dots \times k$ ，且規定  $0! = 1$ ) 例如  $\frac{7!}{2!5!} = 21$

或  $\frac{6}{3!} = 20$  等等。

- 1、把這個稱為「六角形定理」，為什麼是對的？
- 2、費波那契數是  $f_1 = f_2 = 1, f_{n-1} + f_{n-2}$  (因此  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7 = 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ )  
現在如果把第  $n$  列第  $k$  的數換成  $f_{k+1} \cdot f_{n+1-k}$  因此從上到下，前幾列的數字分別為

$$(1), (1,1), (2,1,2), (3,2,2,3), (5,3,4,3,5), \dots$$

這個三角形有沒有六邊形定理？

- 3、你可以找到八邊形定理嗎？或更多類似的結果？

游森棚

國立臺灣師範大學數學系教授