

從分形手指探究到青花圖騰的創意實作

圖、文／洪偉清

前言

分形手指(Fractal Fingers)是 2023 年國際青年物理辯論賽(International Young Physicists' Tournament, IYPT) 的題目，主要探究酒精性墨水在稀釋丙烯顏料 (Acrylic paint, 俗稱為壓克力顏料) 上所產生的分形現象與結構之特性。在本文利用控制分形結構成長的速度、方向與大小，而使其結構產生猶如青花瓷上的山林花草的獨特圖騰，讓科學實作融入美學藝術創作，透過簡易的實作流程，而能創作出如青花般的分形結構。本文藉由調整白色丙烯顏料與水的質量比，約為 2.4:1 的條件下，使用藍色麥克筆墨水做為成長青花圖騰的色源，再利用濃度 95% 的酒精進行滴定，以控制墨水在白色塗料上的擴散速率，藉由控制酒精滴定的位置與滴定量，以控制墨水產生分形結構的形狀與大小，最後能創作出一幅獨一無二美麗的青花圖。

分形 (Fractal) 原先是數學中的一個概念，用來描述具有自相似性質的複雜幾何形狀，所謂自相似性是指一個形狀的某個部分結構與整體結構相似，即無論從哪個尺度觀察，形狀的特徵都保持一致。然而這種分形結構在自然界中可廣泛找到，例如雪花、海岸線、山脈、樹木、珊瑚和雷電路徑等，都可看到分形的特徵。我們以樹木的結構為例，若仔細觀一顆樹，可發現樹枝結構和整棵樹的結構很相似，每根樹枝都像是一棵小樹，上面又有更小的樹枝，這些小樹枝又像更小的樹，這就是分形的一個自然例子。

本文利用墨水滴入稀釋的丙烯顏料上，透過塗料與墨水間表面張力的差異，而能使低表面張力的墨水受表面張力較大塗料作用，而造成墨水在塗料上產生擴散及分形的現象。由實驗發現，分形結構的大小與精細度，與兩種液體間的表面張力差異有關。一般而言，兩者的表面張力差異愈大其成長速度愈快，結構的精細度就愈差。在實驗設計上，可選擇調整塗料的含水量或調整墨水酒精的含量，方式此來調控兩者間表面張力的差異，進而控制墨水產生分形的成長速率。理論上這兩種實驗方式，都可找到一個濃度條件，可長出大小合宜且具有相當精細結構的分形圖樣。但實際上能滿足這條件的濃度範圍相當小，我們暫且稱此濃度為理想濃度。由實驗可觀察到當偏離理想濃度超過約 5% 以上，可發現分形結構即會產生明顯的差異性，超過約 16% 以上即無法形成本文所期望創作的精細青花圖騰。最常見的例子，如塗料含水量不足或墨水酒精含量不足時，都會直接導致分形無法產生而告失敗。因此，本文將提供可成功成長出仿青花圖騰的範例與實作步驟，並提供學生除可探討分形結構外，也能利用調控表面張力方式，而能製作出

有獨特創意的青花圖。

青花圖實作設計構想

本文主要是利用分形結構作為仿青花瓷的構想，因此選擇以白為底、藍為圖的架構，以展現青花圖騰之美感。實作所採用的白色丙烯顏料可以用水稀釋，在顏料未乾前可用水清除，但乾燥後的顏料將不溶於水，這種顏料主要由丙烯酸樹脂、水以及顏料組成的水性顏料，具有快乾、顏色鮮豔、遮蓋力強、容易使用等特點，適合用於各種不同的表面，如木頭、布料、金屬、玻璃等。也廣泛應用於插畫、海報、廣告、塗鴉等藝術創作以及室內裝潢和工業設計等領域。酒精性顏料則使用常見的藍色麥克筆補充液及 95% 酒精，這些都是日常容易獲得的素材，因此有利於日後的探究與推廣使用。

這個實驗有很多不同的實作的方式，一般學生最常選用的操縱變因，如調整顏料的含水量或調整墨水酒精的含量，來研究可產生分形的濃度範圍、分形結構與成長速率等特性。在實驗上，學生通常會選擇一個固定的墨水濃度，滴定到不同含水量的塗料上或是選擇一個塗料濃度，滴定不同酒精含量墨水，然後進行分形特性的研究。因此，學生是很容易看到在很多的濃度條件下，分形的現象是無法產生，若有系統的進行研究，或許仍可找出最有利分形產生的濃度條件，而能順利進行科學探究，但也非常容易因濃度範圍選擇不合適，而無法觀察到分形現象或造成分形結構成長率非常慢且變化很微小，而無法做有效的觀察與研究，進而放棄這個探究實作。

因此，本文重新設計實驗流程，希望幫助想進行探究的學生可在短時間看到明顯的分形現象，並能快速觀察到影響分形產生的相關變因，而能提高實驗的效率。另外，利用實驗步驟的改良，讓分形手指探究可變成作為青花藝術創作的實作。然而影響分形結構的原因有很多，除了塗料及墨水的濃度需在某些範圍內，還需要製作出均勻平整的塗料底層，作為實驗上重要的控制變因，如此才能有系統進行分形手指的研究或製作出高品質的青花圖騰。本文採用一個簡單的實作，即可讓塗料均勻鋪在培養皿底部作為基底，並能控制墨水在塗料上產生分形的形構，使整體圖樣能呈現如山林花樹等細緻結構，而能創作出具有如青花瓷圖騰的品質與美感。

材料準備

1. 調製稀釋塗料瓶 1 個
2. 丙烯酸塗料白色塗料 1 瓶
3. 酒精 95% 1 瓶
4. 滴管 2 支（滴酒精用）
5. 細滴頭 3 支（滴墨汁使用）
6. 培養皿 1 組
7. 藍色酒精墨汁 1 瓶

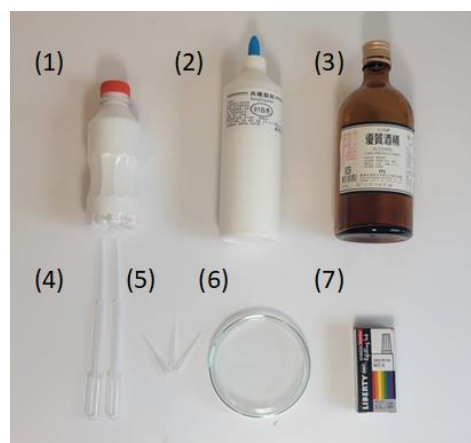


圖 1、分型手指實作材料

實作步驟

步驟	實作照片	實作說明
1		<p>步驟一：調配稀釋塗料</p> <p>將白色丙烯顏料（密度約為 1.19g/cm³）及水注入調製瓶中，控制兩者質量比為塗料：水=2.4：1，攪拌混勻後即能均勻塗在培養皿底部。</p>
2		<p>步驟二：將塗料滴入培養皿</p> <p>以滴管抽取約 3.4ml 的稀釋塗料，均勻的滴在培養皿的中間位置，塗料自然鋪平的直徑約為 6cm。</p>
3		<p>步驟三：煎餅式搖勻塗料</p> <p>將藉由雙手控制培養皿的傾斜程度，讓塗料自然流動至沒有塗料區，再以順時針或逆時針方向慢慢旋轉培養皿，直到塗料完全鋪滿整個培養皿。</p>

步驟	實作照片	實作說明
4		<p>步驟四：完成塗料鋪平</p> <p>使用的稀釋塗料總體積約 3.85 cm³，培養皿的面積為 78.75 cm²，各可得塗料的平均厚度約 0.4mm~0.5mm，當使用的塗料愈多，等候乾燥的時間需愈長且會增加材料製作成本，這個厚度為不影響分形成長得最少用量。</p>
5		<p>步驟五：滴定墨水</p> <p>將藍色墨水沿培養皿的邊緣，滴入一小滴即可，若發現滴入的墨水有結塊或完全不會擴散，則可加入少量的酒精調勻即可。</p>
6		<p>步驟五：滴定酒精</p> <p>使用濃度為 95% 的酒精，沿靠近墨水的外緣的內側，滴入約在 2~3 滴酒精，即可使分形結構產生，若要使已分形的結構持續成長，則需將酒精滴在相同位置，則可造成該方向能持續產生分形成長。</p>
7		<p>步驟五：抽取多餘的墨水後乾燥</p> <p>當分形結構成長至為培養皿直徑的 2/3 大小，約 6 至 7 公分即可停止在滴定酒精，以確保有留白。並將培養皿稍微傾斜，讓多餘的墨水可集中在較低的一邊，在利用滴管將其抽乾後，約靜置 2 小時即可完全乾燥或可利用風扇或吹風機加速水的蒸發率，則可縮短乾燥的時間。</p>

科學原理

這個實驗是將墨水滴在稀釋的塗料上，而能使墨水產生擴散進形成分形的結構。為何墨水在塗料上產生擴散?為何擴散能形成美麗的分形結構?要回答這兩個問題，就必需

先瞭解在系統中各種液體間表面張力的差異，不同液體會有不同的表面張力。我們常見的科普實驗是在一盆水中滴入少量的界面活性劑，再把一艘小船放在界面活性劑與水面的交界處。因為有界面活性劑的表面張力小於水的表面張力，所以水的表面張力會把小船推向界面活性劑的方向或拉往水的方向。

而這個實驗的墨水與塗料兩種溶液間，會因表面張力不同而產生力的作用，通常墨水是將顏料溶入酒精所製成，為讓墨水的顏色需足夠深，因此通常顏料的濃度都相當高，除能增加色澤外也能利用酒精的蒸發而加速墨水快速乾燥，因此會增加墨水黏滯力及其表面張力，所以當一滴墨水滴到塑膠片時，可以看到墨水會形成一個截面積較大半球狀墨水珠且不會向外擴散，若取相同體積的水滴在相同的塑膠片，則可發現水會形成一個截面積較小且更立體的半球狀水珠，這表示水的表面張力大於墨水，若取相同體積的稀釋塗料滴在相同的材料上，就可明顯比較出來三者的表面張力大小為水>稀釋塗料>墨水。

馬拉哥尼效應 (Marangoni effect) 主要說明兩種不同表面張力液體接觸時，表面張力較強的液體對周圍液體的拉力更強，因此會出現表面張力弱的液體向強的液體方向滲透現象。這種現象最早是由義大利物理學家卡羅·馬拉哥尼首先在 1865 年論文發表提出，因此就將此效應以他的名字來命名。在簡單情況下，滲透或擴散的流速 $v \approx \Delta\gamma/\mu$ ，其中 $\Delta\gamma$ 是表面張力差， μ 是液體的粘度。室溫下，水的表面張力約為 0.07 N/m，粘度約為 10^{-3} Pas。因此，即使水的表面張力僅發生百分之幾的變化，也能產生近 1 m/s 的馬拉哥尼流。因此，馬拉哥尼流很常見並且很容易被觀察到現象。

我們可利用馬拉哥尼效應可用來解釋，為何墨水會在塗料上產生擴散現象，主要是因為稀釋塗料的表面張力大於墨水，因此可將墨水向外拉而造成墨水產生擴散的現象。但是為何會產生分形的結構?可由實驗觀察可推得，最主要應來自兩液體接觸界面上的表面張力不均勻所致。雖然表面張力較小液體會往較大的液體方向擴散，但墨水在滴定到塗料上面時，有部分墨水已與下方塗料的水產生混合作用，因此只剩下表層的墨水可受到較大拉力而產生明顯擴散作用，當擴散墨水的邊緣其酒精濃度不均勻時，就會在邊緣上有表面張力有最大梯度的位置產生較大拉力，因此這位置墨水的擴散速率就會比其他位置更快，而形成凸出邊緣的結構，但由於最前端擴散較快的部分，很快又與下層的塗料水混合，又使得表面張力又變大而降低表面張力梯度，使此界面拉力變小而不再向前擴散，因此墨水就會在凸出部的側邊有較大表面張力梯度的位置產生新的突出部，當墨水在繼續滴定時，墨水會沿既有的軌跡向前擴散，不斷重複相同作用機制，因此分形結構也因此而產生，如圖 2 所示。

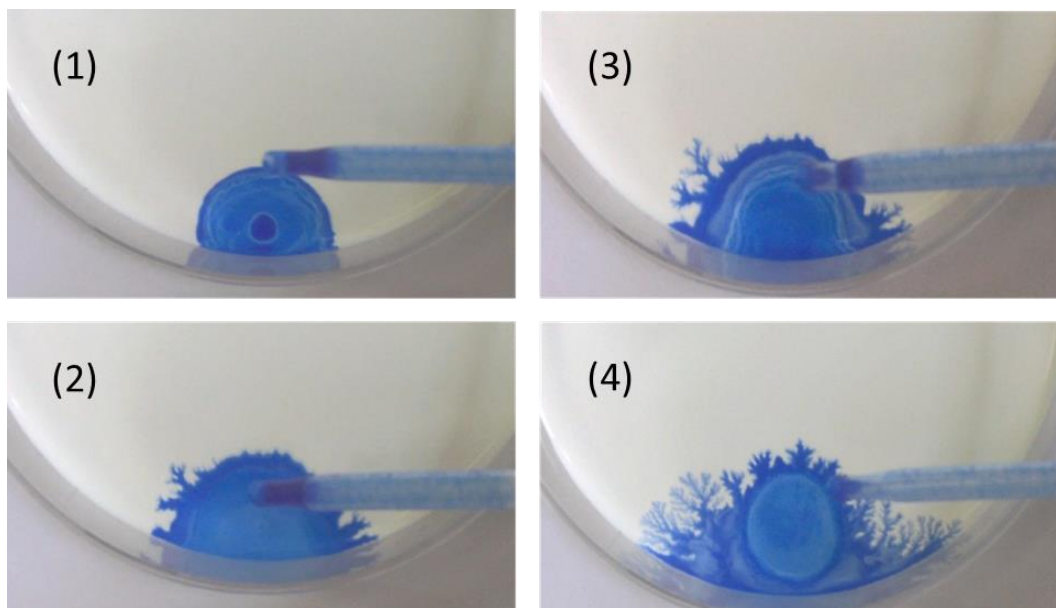
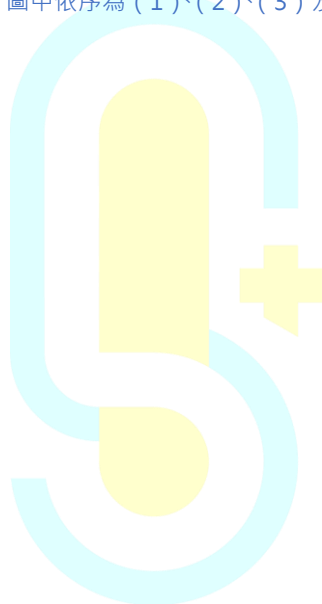





圖 2、分形結構產生的作用機制。圖中依序為 (1)、(2)、(3) 及 (4)，代表墨水的用量愈來愈多的順序。



創意實作學習單設計與推廣

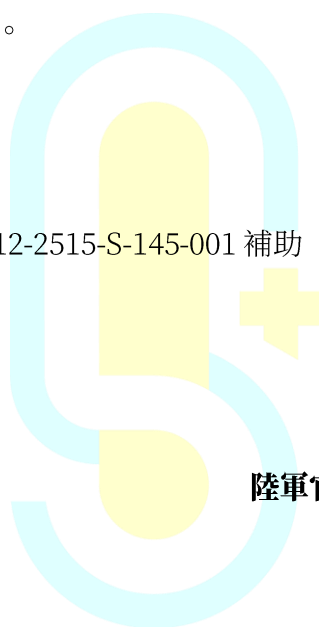
2024 臺灣科普環島列車-第三車瑞健車廂科普學習單										
實驗名稱	獨一無二創意繪圖手(分形手指)									
實驗主題	主題概念及方向：濃度效應									
活動時長	10-15 分鐘									
實驗原理	表面張力、馬拉高尼效應、擴散與蒸發									
實驗所需材料	1 組教具(以 5 人為單位)：									
	<table border="1"> <tr> <td>1. 壓克力白色塗料 2 瓶</td> <td>6. 布丁匙 5 支</td> </tr> <tr> <td>2. 藍色酒精墨汁 4 瓶</td> <td>7. 溼紙巾 5 包</td> </tr> <tr> <td>3. 500c.c 酒精 95% 1 瓶</td> <td>8. 0.5ml 細滴管 5 支(滴酒精用)</td> </tr> <tr> <td>4. 100ml 小量杯 2 個(裝酒精及調壓克力塗料)</td> <td>9. 0.5ml 細滴管 5 支(滴墨汁使用)</td> </tr> <tr> <td>5. 小滴水瓶 5 瓶</td> <td>10. 培養皿 150 組</td> </tr> </table>	1. 壓克力白色塗料 2 瓶	6. 布丁匙 5 支	2. 藍色酒精墨汁 4 瓶	7. 溼紙巾 5 包	3. 500c.c 酒精 95% 1 瓶	8. 0.5ml 細滴管 5 支(滴酒精用)	4. 100ml 小量杯 2 個(裝酒精及調壓克力塗料)	9. 0.5ml 細滴管 5 支(滴墨汁使用)	5. 小滴水瓶 5 瓶
1. 壓克力白色塗料 2 瓶	6. 布丁匙 5 支									
2. 藍色酒精墨汁 4 瓶	7. 溼紙巾 5 包									
3. 500c.c 酒精 95% 1 瓶	8. 0.5ml 細滴管 5 支(滴酒精用)									
4. 100ml 小量杯 2 個(裝酒精及調壓克力塗料)	9. 0.5ml 細滴管 5 支(滴墨汁使用)									
5. 小滴水瓶 5 瓶	10. 培養皿 150 組									
實驗步驟與闖關設計	<ol style="list-style-type: none"> 能說明原理並能將約 2.4g 的白色壓克力塗料(密度 $1.19\text{g}/\text{cm}^3$)及約 1g 的水重攪拌混勻後，能均勻塗在培養皿底部即過關(總體積約 3.86cm^3；平均厚度約 0.4mm~0.5mm)。 能觀察到白色壓克力塗料與水接觸時的擴散的方向即過關。 能使用微量滴管將藍色墨汁滴一小滴上指定位置上即過關。 能使用微量滴管將 95%的酒精約在 2~5 滴內，準確地滴在墨汁上並能使分形手指圖案能固定方向成長，當其一樹狀圖案長度有大於 2cm 即過關。 									
討論與思考(學習指引)	<ol style="list-style-type: none"> 看一看白色壓克力塗料與水接觸時顏料的擴散方向為何? 看一看墨汁滴定到壓克力塗料上會如何變化? 猜一猜當酒精滴入墨汁時會如何變化? 想一想當酒精的用量增加時分形手指的長度會如何改變? 想一想如何滴定可創造獨一無二的造型? 									
備註欄	大約 2 小時可乾，若在冷氣或有風吹的條件，約 1 小時可乾									
參考照片/影片	<p>分形手指—青花圖騰實作</p>  <p>1)白色塗料鋪平方式示範： </p> <p>(2)青花圖騰成長實作示範： </p>									

結論

作者長期投入科普教育推廣，有效鏈結科教館、科博館、科工館、海科館、海生館、晁陽綠能園區、智榮基金會、臺灣物理學會、物理教育學會、探究與實作學會及全國各級學校的資源。每年辦理近百場科普活動，也透過 IYPT 及 IYNT 所公布國際競賽主題，不斷地研發新的教具，提供師生體驗與探究，藉此提升年輕學子的研究能力，也能與國際探究主題有效接軌。同時每年積極辦理多場全國性的競賽，如全國大專暨高中青年自然科學辯論競賽、全國科學教具創意設計競賽、全國科學探究英文辯論競賽等，提供學生一個很好的學術交流平台及訓練科學表達能力的機會；另外也辦理多場獨具特色的科學營隊，如環境教育暨創意教具實作教師親子研習及樂齡科普等活動，提供老師與家眷共學及高齡者一起動手學科學。今年更負責「2024 臺灣科普列車辦理澎湖的科普推廣活動」及協助設計第三節科普車廂上所有科普實作活動設計與高中志工培訓工作，而本文的分形手指-仿青花實作也是科普列車上的實作活動之一，讓孩子可在車上一起體驗將科學與藝術融合的創意實作。

誌謝

感謝國科會計畫 MOST 112-2515-S-145-001 補助



洪偉清

陸軍官校物理系教授兼資圖中心主任